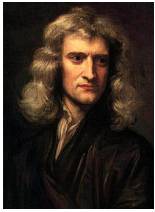


Ο διαφορικός λογισμός

Συντάχθηκε απο τον/την ΠΗΓΗ: www.mathsforyou.gr

Κυριακή, 16 Οκτώβριος 2011 09:53 - Τελευταία Ενημέρωση Κυριακή, 16 Οκτώβριος 2011 10:20



Περί το έτος 1669 άρχισε ο Ισαάκ Νεύτων να μελετάει μια μαθηματική μέθοδο, η οποία θα διαχειρίζεται όχι απλά συσχετισμούς (συναρτήσεις) μεταξύ μεταβλητών αλλά και με το ρυθμό μεταβολής τους. Στο ίδιο θέμα άρχισε παράλληλα να εργάζεται λιγα χρόνια αργότερα και ο Γερμανός μαθηματικός και φιλόσοφος Gottfried Leibniz (Λάιμπνιτς, 1646-1716), ο οποίος επινόησε την ίδια μέθοδο με τον Νεύτωνα, με διαφορετικούς όμως συμβολισμούς. Η πρώτη σχετική δημοσίευση του Λάιμπνιτς περί Διαφορικού Λογισμού έγινε το έτος 1675. Η πρώτη δημοσίευση του Νεύτωνα έγινε το έτος 1704 και αναφερόταν σε Απειροστικό Λογισμό. Ο Διαφορικός μαζί με τον Ολοκληρωτικό Λογισμό αποτελούν το πρώτο στάδιο των γνωστικών αντικειμένων που ονομάζουμε σήμερα Ανώτερα Μαθηματικά.

Βέβαια, και οι δύο ερευνητές στηρίχτηκαν σε προϋπάρχουσες γνώσεις των συναρτήσεων και της Αναλυτικής Γεωμετρίας. Ο δάσκαλος του Νεύτωνα, Barrow, γνώριζε τον προβληματισμό γύρω από τη σχέση εφαπτομένης-χορδής σε μια καμπύλη, καθώς επίσης μεθόδους υπολογισμού επιφανειών. Επίσης ο Fermat είχε διατυπώσει λύσεις για το πρόβλημα ακραίων τιμών των συναρτήσεων (μέγιστα -ελάχιστα). Ο Νεύτων και ο Λάιμπνιτς συνένωσαν αυτές τις προϋπάρχουσες γνώσεις και διατύπωσαν μια συστηματική και, για την εποχή, πρωτότυπη θεωρία. Με τη διατύπωση του Απειροστικού Λογισμού ξεπέρασε η επιστήμη των Μαθηματικών για πρώτη φορά τα πλαίσια που είχαν τεθεί από τους αρχαίους Έλληνες και τα οποία είχαν διαφοροποιηθεί ελάχιστα κατά τους ενδιάμεσους αιώνες.



Αν και από τα χειρόγραφα προκύπτει ότι προηγήθηκε χρονικά ο Νεύτων, ο οποίος είχε καταθέσει στη Βασιλική Εταιρεία σχετικές μελέτες του, χωρίς προηγουμένως να τις δημοσιεύσει, η διατύπωση του Διαφορικού Λογισμού από τον Λάιμπνιτς έτυχε μεγαλύτερης αποδοχής στην Ευρώπη, λόγω του χρονικού προβαδίσματος, αλλά κυρίως εξ αιτίας του πετυχημένου συμβολισμού που εισήγαγε ο μεγάλος αυτός ερευνητής. Να σημειωθεί ότι ακριβώς αυτός ο συμβολισμός του Λάιμπνιτς χρησιμοποιείται μέχρι σήμερα στις μαθηματικές εφαρμογές. Ο Νεύτων, φύση καχύποπτη και μοναχική, κατηγόρησε δημόσια τον Λάιμπνιτς ότι αντέγραψε τη θεωρία του, όταν ο τελευταίος είχε επισκεφτεί τη Βασιλική Εταιρεία και μελέτησε τα κατατεθειμένα χειρόγραφα του Νεύτωνα. Γεγονός είναι, κάτι που δεν γνώριζε ο Νεύτων, ότι την εποχή εκείνη ο Λάιμπνιτς είχε ήδη καταγράψει το μεγαλύτερο μέρος της θεωρίας του.

Στην επιστημονική κοινότητα της Ευρώπης άρχισε στις πρώτες δεκαετίες του 18ου αιώνα μια σφοδρή αντιδικία για την προτεραιότητα στην επινόηση του Διαφορικού Λογισμού. κυρίως μεταξύ Γερμανών και Άγγλων εξελίχθηκαν «ομηρικές μάχες» επιχειρηματολογίας και κατηγοριών με εθνικιστική χροιά, οι οποίες αναζωπύρωσαν αμοιβαίες έχθρες και προκαταλήψεις μεταξύ των δύο λαών, όπως συμβαίνει πάντα σε ανάλογες περιπτώσεις. Αυτή η αντιδικία δηλητηρίασε την επιστημονική ατμόσφαιρα στην Ευρώπη για πολλές δεκαετίες. Τελικά, όταν ηρέμησαν τα πνεύματα και αφού οι επιστημονικοί πρωτεργάτες είχαν προ πολλού πεθάνει, επιβεβαιώθηκε ότι οι δύο αυτοί σπουδαστές εκπρόσωποι του ευρωπαϊκού πνεύματος, είχαν οδηγηθεί σε όμοιες σκέψεις και ίδια συμπεράσματα, ωθούμενοι από τα προϋπάρχοντα πορίσματα, τους διάχυτους επιστημονικούς προβληματισμούς και τα ερωτήματα των φυσιοδιφών προς τους μαθηματικούς.

Η επιστήμη στο πέρασμα από τον 17ο στον 18ο αιώνα

Η επιστήμη στις αρχές του 18ου αιώνα δεν ήταν οργανωμένη σύμφωνα με τους σημερινές υποδιαιρέσεις και κατηγοριοποιήσεις. Για παράδειγμα, την εποχή εκείνη δεν υπήρχε επιστήμη της «Φυσικής», όπως διαφοροποιείται τώρα, αλλά ένα γενικότερο γνωστικό και ερευνητικό αντικείμενο, το οποίο κάλυπτε τα φαινόμενα που αφορούν όλα τα έμβια και μη έμβια όντα. Την εποχή εκείνη, αυτό που αποκαλούμε σήμερα Φυσική ονομαζόταν μικτά μαθηματικά (mixed mathematics) και περιελάμβανε την αστρονομία, την οπτική, τη στατική, την υδραυλική, τη γεωγραφία, την κατασκευή ηλιακών και μηχανικών ρολογιών, τη ναυσιπλοΐα, την τοπογραφία, την οχυρωτική και μερικούς ακόμα τομείς.

Το 17ο και 18ο αιώνα, γιατρός και φυσικός ήταν το ίδιο πράγμα, αν και σταδιακά άρχισαν να διαχωρίζονται οι αρμοδιότητές τους. Η χημεία ήταν τομέας δραστηριοποίησης των γιατρών, η οποία χημεία κάλυπτε όμως και την ορυκτολογία, με αποτέλεσμα να επικαλύπτεται με τη φυσική ιστορία. Ζωολογία, βοτανική, γεωλογία και μετεωρολογία υπάγονταν στη φυσική ιστορία. Σταδιακά άρχισαν βέβαια μετακινήσεις και διαφοροποιήσεις, μέχρι να προκύψουν και νέοι κλάδοι, ώστε να καταλήξουμε στις επιστημονικές κατηγορίες του 20ου αιώνα. Η δημιουργία και καλλιέργεια των νέων επιστημονικών κλάδων αποτελεί άλλο ένα σημαντικό σημάδι για το πέρασμα από την παλιά (ουσιαστικά την αρχαιοελληνική και ό,τι εντωμεταξύ προστέθηκε) στη νέα επιστήμη, αυτή που σήμερα ονομάζουμε σύγχρονη.

Στο πέρασμα προς τη νέα εποχή που ονομάστηκε αργότερα Εποχή του Διαφωτισμού, κληροδοτήθηκε στους επιστήμονες η λεγόμενη μηχανοκρατική (μηχανιστική) αντίληψη. Σύμφωνα με αυτή την αντίληψη που θεμελίωσε ουσιαστικά ο Καρτέσιος, αλλά επεξεργάστηκαν οι μεταγενέστεροί του, όλα τα φυσικά φαινόμενα εξηγούνταν με βάση τις αρχές της Μηχανικής. Με τη διαγραφή των αριστοτελικών αρχών η μηχανοκρατική αντίληψη έπρεπε να δώσει εξηγήσεις με βάση την κίνηση και τις αλληλεπιδράσεις της ύλης.

Ο διαφορικός λογισμός

Συντάχθηκε απο τον/την ΠΗΓΗ: www.mathsforyou.gr

Κυριακή, 16 Οκτώβριος 2011 09:53 - Τελευταία Ενημέρωση Κυριακή, 16 Οκτώβριος 2011 10:20

Οι αποδεχόμενοι τη μηχανοκρατική αντίληψη βρίσκονταν αντιμέτωποι με τους υποστηρικτές των αριστοτελικών απόψεων, ήταν όμως και μεταξύ τους διχασμένοι. Κύριο αντικείμενο διχογνωμίας ήταν η σημασία και ο ρόλος της δύναμης.

Ο Καρτέσιος που δεν είχε απορρίψει στο σύνολο τους τις αριστοτελικές αντιλήψεις, υποστήριζε ότι δεν ενυπάρχουν στην ύλη δυνάμεις και η κίνηση μεταδίδεται από το ένα σώμα στο άλλο με την επαφή. Η έννοια της κινούμενη ύλης ήταν δυνατόν, κατά τον Καρτέσιο, να εξηγήσει όλα τα φυσικά φαινόμενα. Ο λόγος που απέρριπτε ο Καρτέσιος την ύπαρξη εσωτερικής δύναμης στην ύλη ήταν η αντίθεσή του με την αναγεννησιακή θεωρία του ανιμισμού (ψυχισμού), σύμφωνα με την οποία, κάθε κομμάτι της φύσης είχε ψυχή. Με αυτό το σκεπτικό, διάφοροι οπαδοί αυτών των απόψεων έβαζαν στην κουβέντα και το θεό, λέγοντας ότι, τυχόν ύπαρξη δύναμης στην ύλη μόνο θεϊκής προελεύσεως μπορεί να ήταν. Κατά τη σύγκρουση δύο σωμάτων δεν ασκείται μεταξύ τους καμιά δύναμη, αλλά δίνεται η ευκαιρία στο θεό να δραστηριοποιήσει τις εσωτερικές δυνάμεις και να προσδιορίσει τις κινήσεις που θα προκύψουν! Την εποχή εκείνη, ό,τι δεν μπορούσε να εξηγηθεί επαρκώς με τη λογική, παραπεμπόταν στο θεό και όλα εύρισκαν την τάξη τους.

Ο Λάιμπνιτς υποστήριζε ότι η δύναμη είναι μια εσωτερική ιδιότητα της ύλης και η δύναμη είναι κάτι περισσότερο πραγματικό από την ίδια την ύλη. Διαιρώντας την ύλη σε όλο και λεπτότερα κομμάτια (κάτι που θυμίζει διαφορικό λογισμό), αυτό που καταλήγουμε δεν είναι πια ύλη αλλά άυλες μεταφυσικές οντότητες, οι οποίες είναι πηγές των δυνάμεων. Για να μπορέσει να περιγραφεί επαρκώς η φύση πρέπει, σύμφωνα με τον Λάιμπνιτς, εκτός από την ύλη και τις δυνάμεις, να συμπεριλάβουμε στις θεωρήσεις μας την ψυχή και τη βούληση. Το σύνολο αυτό των όντων και των διεργασιών που αποτελεί τη φύση, είναι ο ίδιος ο θεός!

Ο Νεύτων είχε επίσης μηχανοκρατική αντίληψη των πραγμάτων, αλλά αναγνώριζε την ύπαρξη και τη σημασία των δυνάμεων. Για το μεγάλο αυτό ερευνητή η ύλη ήταν σύνολο αδρανών σωματιδίων και ανάμεσα σε κάθε ζεύγος αυτών των σωματιδίων δρα μια, ελκτική ή απωστική δύναμη! Για τη φύση της βαρυτικής δύναμης δεν μπορούσε όμως να πει τίποτα ο Νεύτων και αυτό θεωρείτο τότε ένα μειονέκτημα! Οι αντίπαλοί του θα είχαν βέβαια άλλη άποψη, αν μπορούσαν τότε να φανταστούν ότι και στον 21ο αιώνα αγνοείται η φύση της ελκτικής (και όχι απωστικής) δύναμης μεταξύ μαζών! Πάντως και ο Νεύτων κάνει λόγο σε αληθιστικές και θεολογικές μελέτες του για παρεμβολή θεϊκών δυνάμεων, οι οποίες όμως σε καμιά περίπτωση δεν ήταν εσωτερικές. Αν αρνηθούμε, έγραφε, την ύπαρξη και των δυνάμεων, είναι σαν να αρνούμαστε την ύπαρξη του θεού!

Μια σημαντική διαμάχη που εξελίχθηκε στο πέρασμα του 17ου προς το 18ο αιώνα, αφορούσε τη ζώσα δύναμη (*vis viva*), την οποία εισήγαγε ως έννοια ο Λάιμπνιτς το έτος 1686. Αυτή η «δύναμη» πρέπει να διατηρείται σταθερή στο σύμπαν και να εξασφαλίζει την ανεμπόδιστη λειτουργία του. Έτσι δεν υπήρχε λόγος για οποιαδήποτε παρέμβαση του θεού! Άρα, το σύμπαν συνεχίζει να λειτουργεί μόνο του, σύμφωνα με τους φυσικούς νόμους και ο θεός περιορίζεται από ρυθμιστή κάθε κίνησης στο σύμπαν σε αρχικό δημιουργό του. Ο Νεύτων και οι συμφωνούντες μαζί του υποστήριζαν ότι έτσι μειώνεται ή εξαφανίζεται η σημασία του θεού, ο Λάιμπνιτς και η πλευρά του απαντούσαν ότι, μια φύση που χρειάζεται συνεχή παρέμβαση και ρύθμιση στη λειτουργία της, θα ήταν ατελής, άρα θα έπρεπε να δεχθούν ότι ο θεός δημιούργησε ένα ατελές κατασκευάσμα.

Ο διαφορικός λογισμός

Συντάχθηκε απο τον/την ΠΗΓΗ: www.mathsforyou.gr

Κυριακή, 16 Οκτώβριος 2011 09:53 - Τελευταία Ενημέρωση Κυριακή, 16 Οκτώβριος 2011 10:20

Για να ξεφύγουν οι φιλόσοφοι από τη θεολογική αντιπαράθεση, εισηγήθηκαν την εισαγωγή ενός φυσικού μεγέθους, το οποίο μένει αναλλοίωτο και δημιουργήθηκε από το θεό για να μην απαιτείται διαρκώς η παρέμβασή του. Ο Καρτέσιος είχε προτείνει ως τέτοιο διατηρητέο μέγεθος το γινόμενο μάζα \times ταχύτητα (=ορμή), ενώ ο Λάιμπνιτς πρότεινε της *vis viva*, δηλαδή το γινόμενο μάζα \times ταχύτητα² (=ενέργεια). Τότε δεν ήταν δυνατόν να διαπιστωθεί με τη βοήθεια πειραμάτων ακριβείας, ποιο από τα δύο μεγέθη διατηρείται σταθερό. Σήμερα γνωρίζουμε ότι υπάρχουν, όχι μόνο δύο αλλά τέσσερις αρχές διατηρήσεως στη Φυσική.

Όλες αυτές οι θεωρίες που περιγράφηκαν και πολλές ακόμα εκείνης της εποχής, απλούστερες ή συνθετότερες, ανταποκρίνονταν σε κάποιο θρησκευτικό κίνητρο. Οι ερευνητές δεν μπορούσαν ακόμα να αποχωριστούν μεταφυσικές αντιλήψεις και δοξασίες πολλών αιώνων για να εξηγήσουν και να περιγράψουν τα φυσικά φαινόμενα. Η διαδικασία απεμπλοκής από τον παλαιό κόσμο της πίστης και το πέρασμα στο νέο κόσμο της επιστημονικής γνώσης ήταν επώδυνος και μακρύς ...

http://www.mathsforyou.gr/arthra/diaforikos_logismos.htm